

研究タイトル	拡張された Soddy の六球連鎖における半径の逆数和の性質
研究カテゴリー	数学
学校名	滋賀県立彦根東高等学校
都道府県	滋賀県
研究者氏名	安済 翔真 二宮 康太郎
研究者(代表者)学年	2年(高校・高専)

### 研究の要約

#### 1. 動機や目的

Soddy の六球連鎖では、球の個数が常に 6 であるという性質以外に、6 個の球の半径の逆数和が核球の半径の逆数和のみで表わされるという興味深い性質がある。本校では、2017 年に行った研究で、Soddy の六球連鎖を拡張した球の集合「第  $n$  世代の hexlet」を定義し、その球の個数が  $6^n$  であることを証明した。今研究では、Soddy の六球連鎖が持つ半径の逆数和に関する性質も第  $n$  世代の hexlet に拡張されるのではないかと考え、その式の形を求める研究を行った。

#### 2. 研究方法

コンピュータを用いて第 6 世代までの球の半径の逆数和のデータを取り、式の形を推測し、第  $n$  世代に一般化した予想を証明する。

#### 3. 結果

外球の半径を  $R$ 、2 つの核球の半径を  $r_1, r_2$ 、第  $n$  世代の球の半径の逆数和を  $T(n)$  とすると、 $T(n)$  は、ある数列  $p(n)$  を用いて  $T(n) = p(n) (1/r_1 + 1/r_2 - 2/R) + 6^n/R$  という形の  $1/r_1 + 1/r_2$  を変数とする 1 次関数で表わされる。

4. 結論上の結果は、第  $n$  世代の球をその接触関係に基づき 6 種類に分類し、半径の逆数和に関する漸化式を導くことで証明することができ、数列  $p(n)$  の一般項も明らかにすることができた。これは、第  $n$  世代の hexlet において Soddy の六球連鎖が持つ性質がきれいに拡張されていることを示したものである。

#### 5. 今後の展望

Soddy の六球連鎖では、6 個の球の中心が同一平面上の楕円軌道を描く。この性質も第  $n$  世代の hexlet に拡張できないか研究したい。

#### ●確認事項

研究に用いているもの (人間、脊椎動物、微生物、組み換えDNA、細胞組織、どれも用いていない)	どれも用いていない
大学・研究機関などでの実験や装置使用があるか	いいえ
昨年までの研究からの継続研究か	いいえ